

1. cvičení - Opakování primitivních funkcí

☼ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1 (Základní). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $f(x) = (x+2)^5$

(d) $f(x) = \sqrt[4]{x^5} + \frac{x^2}{1+x^2}$

(b) $f(x) = \cos 4x + \frac{6}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

(e) $f(x) = \frac{x}{x-a}, \quad a \in \mathbb{R}$

Příklad 2 (Substitute). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $\frac{e^x}{e^x+1}$

(l) ☼ $f(x) = \frac{x}{5+x^4}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$

(m) $f(x) = \frac{4}{e^x + e^{-x}}$

(c) ☼ $f(x) = xe^{x^2}$

(n) $f(x) = \frac{7}{\cos x}$

(d) $f(x) = (e^x)^2$

(o) $f(x) = \frac{2}{x\sqrt{x^2+1}}$

(e) ☼ $f(x) = \frac{\sin \log x}{x}$

(f) $f(x) = \frac{e^{2x}}{2+3e^{2x}}$

(p) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

(g) $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$

(q) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

(h) $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin x \cos x}}$

(r) $f(x) = \sin \sqrt{x}$

(i) ☼ $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}$

(s) $f(x) = \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \quad a \neq 0$

(j) $f(x) = \cotg x$

(t) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$

(k) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$

(u) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

pokračování na další straně :)



Příklad 3 (Per partes). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $f(x) = \log x$

(e) $f(x) = \frac{1}{x^2} \log x$

(b) $\oint f(x) = \arcsin x$

(f) $f(x) = (x^2 + 3x + 3)e^x$

(c) $f(x) = xe^x$

(g) $f(x) = xe^x \cos x$

(d) $\oint f(x) = \cos^2 x$

(h) $f(x) = \cos \log x$

Příklad 4 (Parciální zlomky). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $\oint f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(g) $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$

(b) $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$

(h) $f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$ (*reciproké rce*)

(c) $f(x) = \frac{1}{3x^2 - 2x - 1}$

(i) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2(x - 1)}$

(d) $\oint f(x) = \frac{1}{x(1 + x)(1 + x + x^2)}$

(j) $\oint f(x) = \frac{x^8 + x - 1}{x^6 + 1}$ (*reciproké rce*)

(e) $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x}$

(k) $f(x) = \left(\frac{x}{x^2 - 3x + 2} \right)^2$

(f) $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$

(l) $f(x) = \frac{1}{x^4 + 64}$

Příklad 5 (Goniometrické substituce). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $f(x) = \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$

(e) $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$

(b) $f(x) = \frac{1}{\sin^3 x}$

(f) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

(c) $\oint f(x) = \frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 3 \cos^2 x}$

(g) $\oint f(x) = \operatorname{tg}^5 x$

(d) $f(x) = \frac{1}{\sin x + \operatorname{tg} x}$

(h) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^3 x - \cos^3 x}$

Příklad 6 (Odmocniny). Spočtěte primitivní funkci k funkci f .

(a) $\oint f(x) = \frac{1 + \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x+1} + x + 1}$

(c) $f(x) = \frac{1 - \sqrt{x+1}}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$

(b) $\oint f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \frac{1}{x}$

(d) $f(x) = \frac{1}{2 + 3\sqrt{x^2 - 5x + 6}}, \quad x > 3$

